

Rechnen lernen im täglichen Mathetraining

Aufbauend auf den in der Einführung des Mathetrainings beschriebenen Grundlagen geben wir auf den folgenden Seiten Hinweise zur didaktischen Umsetzung und zur Auswahl von Lerninhalten in jedem der sechs Trainingsfelder.

Trainingsfeld 1: „Zählen und der Erwerb des Zahlwortsystems“



Kinder lernen bei unserer Vorgehensweise nicht nur das Vorwärts- und Rückwärtszählen in einem künstlich begrenzten Zahlenraum bis 20, wie wir das aus dem gängigen Anfangsunterricht kennen, sondern das Vorwärts- und Rückwärtszählen in Einer-, Zehner- und Hunderterschritten mindestens im Zahlenraum 1000 plus (mit dem Zehnersystemmaterial darstellbare Zahlen bis max. 10.000). Wir trainieren das Zählen mit gleichzeitiger Mengenzuordnung in den ersten Schulwochen und -monaten in jedem Mathetraining. Kinder lernen beim Zählen nach und nach die Besonderheiten unseres Zahlwortsystems kennen (→Analyse S. 46).

Vielen Erwachsenen erscheint unser **Zahlwortsystem** weitgehend regelmäßig zu sein, doch es **hat viele Besonderheiten**: So heißt es „ein-und-vierzig“ und „fünf-und-vierzig“ – aber warum dann nicht „ein-und-zehn“ und „fünf-und-zehn“ oder gar „ein-und-eins-zig“ und „zwei-und-eins-zig? Es heißt doch vier-zig und fünf-zig, aber warum nicht eins-zig und zwei-zig? Wir müssen uns dieser und anderer Besonderheiten bewusst werden, um Kinder im Lernprozess besser zu verstehen und die Geduld für Kinder aufbringen zu können, die diese Hürden nicht so leicht nehmen können.

Lehrer:innen sollten Kindern im Mathetraining ausreichend Zeit geben, um unser Zahlwortsystem sicher erlernen und automatisieren zu können. Dies ist eine wichtige Voraussetzung, dass Kinder ihre Aufmerksamkeitsressourcen auf das Erlernen des Rechnens richten können.

Zählen in Strukturen

Wir erlernen parallel zum Zählen die Zahl-Mengen-Zuordnung mit den drei Strukturen, die den verschiedenen Ableitungsstrategien des später folgenden Rechentrainings zugrunde liegen:

Training der 10er-Struktur:

- Zählen in Einerschritten bis ca. 35
- Zählen in Zehnerschritten bis ca. 150 (250)
- Zählen in Hunderterschritten bis ca. 1500 (2500)

→ im darauffolgenden Rechentraining bietet sich das Rechnen im fünften Trainingsfeld an

Das Zählen in der 10er-Struktur führt zu den Ableitungsstrategien „um eins, zwei mehr oder weniger“, „Rechnen mit der 10“, „8er, 9er-Trick und „Fast alles Abräumen“. Das Verstehen des Stellenwertsystems auf handelnd-ikonischer Ebene ist die Grundvoraussetzung, um bereits in den ersten Schulwochen mit Kindern **im fünften Trainingsfeld ins Rechnen kommen** zu können. So bemühen wir uns von Anfang an darum, dass sich Kinder möglichst bald einfache Zahlen mit einzeln bildlich erfassbaren Stellenwerten (1,2,3,4) simultan vorstellen können: z.B. 14, 32, 34, 213, ...

Ein weiterer Grund für das Zählen mit gleichzeitiger 10er-basierter Mengenzuordnung ist, dass Kinder, die das zehnerbasierte Zahlensystem bereits im Zuge des Zahlworterwerbs erfassen können, vermutlich später geringere Schwierigkeiten haben, das arabische Notationssystem zu erlernen, → Landerl / Vogel / Kaufmann (2017, 76).

Training der 5er-Struktur:

- Zählen in Fünferschritten bis 20, rechenstarke Kinder ev. weiter. Das Zählen mit dem Zehnersystemmaterial auf handelnd-ikonischer Ebene begleiten.



Günstig ist eine Markierung bei der Fünf, die im Downloadbereich der MatheLernBar(1) zu finden ist: „Damit die Rechnung nicht nur durch zählendes Rechnen gelöst werden kann, ist es empfehlenswert, eine Markierung bei der Fünf vorzunehmen. Dadurch wird das simultane bzw. das quasi-simultane Erfassen der einzelnen Mengen ermöglicht.“

→ Im darauffolgenden Rechentraining bietet sich das Rechnen mit der „**Kraft der 5**“ im vierten Trainingsfeld oder „**Mit der Kraft der 5 über die 10**“ im sechsten Trainingsfeld an.

Training der Verdoppelungsstruktur:

- Zählen in Zweierschritten bis 20 (rechenstarke Kinder ev. weiter – dann mit Zehnersystemmaterial ZSM / Zwanzigerfeld / ... – auf handelnder-ikonischer Ebene begleiten.

→ Im darauffolgenden Rechentraining bietet sich das Rechnen mit der Strategie „**Verdoppeln und Halbieren**“ im Trainingsfeld 4 an.

Auch Kindern, die bei Schuleintritt schon sicher zählen können, muss es bei unseren Zählübungen nicht langweilig werden: Sie lernen in den oben beschriebenen Übungen parallel die Mengenzuordnung zu unterschiedlich strukturierten Mengen (Basis 10, 5 und 2) mit verschiedenen Anschauungsmaterialien kennen.

Verschiedene Zählaufgaben

Der Schwierigkeitsgrad von Aufgabestellungen ergibt sich durch die Wahl des Zahlenraums, die Größe einzelner Zähl Schritte, die Wahl der Startzahl und der Zählrichtung.

So zählen wir von Anfang an

- vorwärts und rückwärts mit verschiedenen **Startzahlen**,
- in unterschiedlichen **Zahlenräumen** und Übergängen, man kann beispielsweise das Zählen mit den ersten Zahlen der zweiten Dekade „elf, zwölf, dreizehn“ auch so üben: „111,112, ...“ oder „1011,1012, ...“ usw.
- **Analogie-Zahlenreihen**: statt der 2er-Reihe die 20er- oder 200er-Reihe
- **Nachbar-Zahlenreihen**: statt die 5er-Reihe die 6er-Reihe, statt die 10er- die 11er-Reihe und anstatt der Tausenderreihe die 999er- oder 990er- oder...-Reihe: **es gibt viele Variationsmöglichkeiten.**

Beispiel für rechenstarke Kinder:

- 12er-Reihe ohne Hilfen (Augenbinde, Herumdrehen auf dem Stuhl), während die Klasse die Reihe mit Hilfen strukturierter Materialien auf handelnd-ikonischer Ebene an der Magnettafel verfolgen kann:
- am ersten Tag zählen die rechenstärksten Kinder die 12er-Reihe ev. bis 60 und dann rückwärts
- am zweiten Tag bis 96 und dann wieder rückwärts
- an den Folgetagen irgendwann die 12er-Reihe bis 120 und rückwärts
- an den Folgetagen die Reihe mit Zeitnahme, Ziel: Reihe flüssig, immer flüssiger zählen können.

Aufgaben, damit das Zählen nicht langweilig wird

- mal sprechen wir das Zahlwort zuerst, mal gleichzeitig, mal folgt die Mengendarstellung dem gesprochenen Zahlwort
- mal zählen wir ganz langsam, mal schneller
- mal zählen wir als Mäuse, ... Elefanten, Affen, Krokodile, ... als Polizisten, Räuber, ... als Mamas und Papas, ... als liebe oder böse Kinder, lustige Kinder, traurige Kinder, als Lehrerinnen, als Lehrer, als ... (Kinder haben viele Ideen!)
- Variation der Aktivierung: alle Kinder sprechen unisono / mehrere Kinder oder ein Kind spricht / kein Kind spricht laut. Alle Variationen sind mit oder ohne Unterstützung der Lehrperson möglich.
- nur jede zweite, dritte, fünfte, Zahl wird laut ausgesprochen
- immer wieder Zähl-STOPP: Stimmt die an der Magnettafel dargestellte Zahl? Prüfen, dann weiterzählen ...
- während des Zählens unterbricht die Lehrer:in häufig die zählenden Kinder, danach zählt ein anderes Kind (andere Kinder oder die gesamte Klasse) weiter bis zum nächsten „STOPP“
- das Zählen wird über Klangstäbe gesteuert: hoher Ton bedeutet weiter vorwärts zählen, tiefer Ton rückwärts weiterzählen.

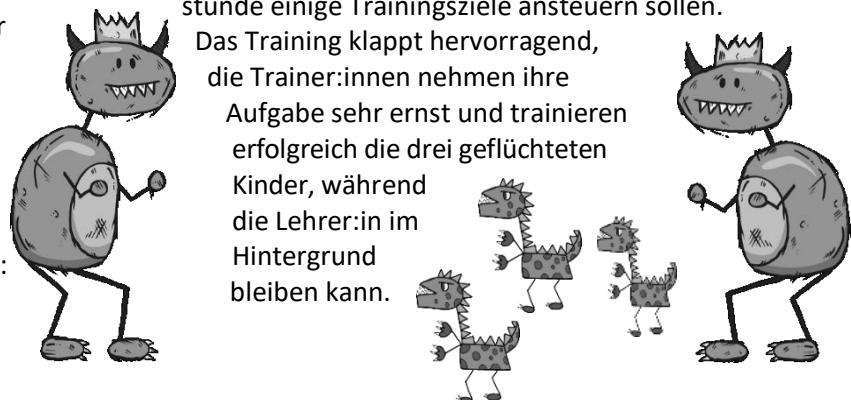
Exkurs: Zählen lernen mit „DaZ-Kindern“

Unterrichtsrealität: von heute auf morgen kommen mitten im zweiten Schuljahr drei Kinder ohne deutsche Sprachkenntnisse in die Klasse.

Wir besprechen gemeinsam mit allen Kindern die Situation: ein mathematisch talentiertes Kind und ein Kind mit erhöhtem Förderbedarf, beide sozial sehr kompetent, wollen die geflüchteten Kinder trainieren.

Beide Kinder wissen genau, wie die Lehrer:in Trainings leitet, und bekommen einen zeitlichen Rahmen, in dem sie in den nächsten Wochen in jeder Mathestunde einige Trainingsziele ansteuern sollen.

Das Training klappt hervorragend, die Trainer:innen nehmen ihre Aufgabe sehr ernst und trainieren erfolgreich die drei geflüchteten Kinder, während die Lehrer:in im Hintergrund bleiben kann.



Rechnen lernen im täglichen Mathetraining

Trainingsfeld 2: Zahl-Mengen-Zuordnung

Einige Übungsformen

A) Gesprochene Zahl → Strukturierte Menge

Übungsformen im Stuhlkreis mit Magnettafel

- Die Lehrer:in verteilt Kärtchen mit darauf abgebildeten strukturierten Mengen und hat beim Verteilen der Karten die Möglichkeit, die Aufgabenschwierigkeit für verschiedene Kinder der Klasse zu differenzieren. Dann ruft sie die Zahlen auf, Kinder zeigen ihre Kärtchen und erklären die strukturierte Menge.
- „Bau mir eine Zahl“: Die Lehrer:in oder ein Kind nennt eine Zahl. Kinder, die diese Zahl an der Magnettafel „bauen“ möchten, melden sich und werden von der Lehrer:in bzw. dem Kind, das die Zahl genannt hat, aufgerufen. Variation: die Lehrer:in oder eine Schüler:in oder das Kind, welches die strukturierte Menge legt, bestimmt das Material.

Übungsformen in Kleingruppen - ohne Stuhlkreis

- Lehrer:in spricht eine Zahl und jedes Kind (auch zu zweit, zu dritt an Gruppentischen) baut die Zahl mit vorgegebenem Material an einem Arbeitsplatz. Die Lehrer:in bewertet die Ergebnisse. Falls in Partner- bzw. Gruppenarbeit gearbeitet wird, bewerten Schüler:innen gegenseitig die Ergebnisse. In Zweifelsfällen kann die Lehrer:in gefragt werden. Eine Variation ist über unterschiedliche Gruppenaufgaben und verschiedene Rollen in der Gruppe möglich.
- Kinder würfeln Zahlen am Gruppentisch, ein Kind oder zwei Kinder bauen beispielsweise eine Zahl. Ein drittes Kind bewertet die Lösungen (→ analoge Vorgehensweise wie beim angeleiteten Üben, →S. 76 ff.).

B) Strukturierte Menge → Gesprochene Zahl

Einige Übungsmöglichkeiten im Sitzkreis

1. Karten mit Abbildungen strukturierter Mengen (Variationen: Darstellungen mit unterschiedlichen Materialien) werden für alle Kinder sichtbar ungeordnet auf der Magnettafel verteilt. Die Kinder werden einzeln nacheinander aufgerufen:
 - Übung „Mengen benennen“: Kinder holen sich eine Karte, zeigen diese deutlich den anderen Kindern der Klasse, benennen die Menge, begründen dies und hängen die Karte rechts an die Magnettafel.
 - Übung „Mengen ordnen“: Kinder sollen die Karten, die rechts an der Magnettafel hängen, beginnend mit der kleinsten Menge sortieren.

2. Karten mit Abbildungen strukturierter Mengen (Variationen: Darstellungen mit unterschiedlichen Materialien) hängen **verdeckt** an der Magnettafel. Es gibt für Mengen gleicher Mächtigkeit jeweils zwei (drei) verschiedene Darstellungen mit unterschiedlichem Material.

- Übung „Benennen und zuordnen“: Kinder decken jeweils eine Karte auf, benennen die Menge und heften diese (falls möglich neben eine Menge gleicher Mächtigkeit) wieder an die Magnettafel.

3. An der Magnettafel hängen unsortiert Karten mit arabischen Zahlen. Die Lehrer:in verteilt verdeckt Karten, auf denen auf einer Seite eine Zahldarstellung mit strukturierten Mengen abgebildet ist. Die Karten haben verschiedene Farben, die den Schwierigkeitsgrad der Aufgabe markieren.

- Übung: Zuordnung strukturierte Menge – geschriebene Zahl: Kinder heften nacheinander ihre Karten an die Magnettafel und ordnen sie dabei einer arabischen Zahl zu. Sie erklären bzw. begründen jeweils genau ihre Lösung.

Variation: Kinder wählen den Schwierigkeitsgrad der Aufgabe über die Farben selbst.

4. Jedes Kind zeichnet eine Zahldarstellung auf eine Karte und heftet diese an die Magnettafel.

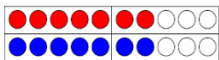
- Übung: Zuordnung strukturierte Menge – Zahlwort: Die Kinder treffen sich danach im Sitzkreis. Jedes Kind stellt seine Mengendarstellung vor und benennt diese.

Gezieltes Blitzblick-Training

Die simultane Erfassung strukturierter Mengen ist das Eingangstor, um mit Ableitungsstrategien ins Rechnen zu kommen. Ausgewählte strukturierte Mengen (Handreichungen zu Anschauungs- und Handlungsmaterialien → MatheLernBar Schorndorf(2)) sind die Basis für das Rechnen mit bestimmten Ableitungsstrategien. **Kinder sollen sich bereits in den ersten Schulwochen 2 bis 5 der unten aufgeführten Zahlentripel simultan vorstellen können, um damit ins Rechnen zu kommen.**

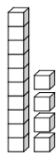
Wählt die Lehrer:in für ihren Unterricht

1. eine der Zahlen von sechs bis zehn in der Fünferzerlegung, beispielsweise die „8“ mit dem Zahlentripel „ $5+3=8$ “, hat sie die Grundlage, um mit der Rechenstrategie „Starke 5“ mit Umkehr-, Ergänzungs- und Analogieaufgaben ins Rechnen zu kommen.

2. Zweierzahlen im Zahlenraum bis 20, z.B. die „14“:
 kann sie auf dieser Grundlage mit der Rechenstrategie „**Verdoppeln und Halbieren**“ ins Rechnen kommen.

3. **Zehnerzerlegungen**, z.B. das Zahlentripel „6+4=10“, können Kinder über die simultane Erfassung der strukturierten Mengen 4, 6, und 10 das Zahlentripel auf der Basis von Verständnis erlernen und darauf aufbauend mit der Strategie „**Zehnerfreunde**“ über Umkehr-, Nachbar- und Analogieaufgaben ins verstehende Rechnen kommen (→ S. 27).

4. **Zahlenbilder arabischer Zahlen**, z.B. die „14“, können Kinder auf der Grundlage der simultanen Erfassung der Teilmengen 10 und 4 und mit der Kenntnis des Zahlbildungsprinzips die **Zahl „14“ verstehen lernen**. Auf dieser Basis können Kinder im fünften Trainingsfeld mit vier Rechenstrategien ins Rechnen kommen.



Trainingsfeld 3: Lesen und Schreiben von Zahlen

Nach einigen Schulwochen,

- nachdem Kinder sicher in Einer-, Zehner- und Hunderterschritten zählen können
- nach dem Ziffernschreibkurs,
- nachdem die Kinder das Zehnersystem schon gut aus der Anschauung heraus kennengelernt haben,

beginnen wir strukturierte Mengen zu verschriftlichen.

Beim Lesen und Schreiben von Zahlen und dem Erwerb des Stellenwertsystems gehen wir zunächst immer von Veranschaulichungen von Mengen mit dem Zehnersystemmaterial aus und ordnen den Stellenwerten verschiedene Ziffern zu. Dabei arbeiten wir mit Zahlen wie 134, 213 oder 314, deren Stellenwerte man simultan erfassen kann. Ziel ist, das Übersetzen von gesprochenen Zahlen in geschriebene Zahlen zu erlernen und zu automatisieren.

Zehner-Einer-Inversion

Als eine Herausforderung in diesem Lernprozess erweist sich **eine Besonderheit unseres Zahlwortsystems, die beim Zahlworterwerb noch keine Rolle gespielt hat**: Wir schreiben beispielsweise die Zahl „**2-3-4-2**“, doch wir sprechen die Zahl nicht „zwei-Tausend-drei-Hundert-vier-Einszig-Zwei“ oder zumindest „zwei-Tausend-drei-Hundert-Vierzig-Zwei“, sondern wir machen es noch ein bisschen komplizierter, indem wir die Reihenfolge der Zehner und Einer vertauschen und ein „und“ einsetzen: „zwei-Tausend-drei-Hundert-zwei-und-vierzig“.

Kinder müssen also nicht nur die im ersten Trainingsfeld erlernten Besonderheiten unseres Zahlwortsystems in arabische Zahlen übersetzen, sondern auch die **„Zehner-Einer-Inversion“** beachten.

Beim Umwandeln von einem Zahlenformat in ein anderes, auch „Transkodieren“ genannt, ergeben sich eine Reihe von **Herausforderungen, die mit den Eigenschaften und Besonderheiten unseres Zahlwort- und Stellenwertsystems zusammenhängen** (→ S. 46, 47):

1. die Zahlwörter zwischen 11 und 19 sind eine besondere Wortklasse:
2. für jede Dekade gelten besondere Zahlwörter
3. die Einer-Zehnerinversion
4. Nullen als Platzhalter
5. große Zahlen als zunehmend komplexe Herausforderungen

Auch im dritten Trainingsfeld gilt: um Teilhabe zu ermöglichen, gilt es **„überschaubare Lernsituationen für rechenschwächere Kinder“** zu schaffen. Auf der Grundlage ihres Wissens über oben beschriebene Herausforderungen können Lehrer:innen diesem Trainingsfeld verschiedene Trainingsschwerpunkte und -inhalte zuordnen, indem sie Lernprozesse in einzelne Lernschritte zerlegen und diese Kindern nacheinander vermitteln, bevor sie Kinder mit zunehmend komplexen Anforderungssituationen konfrontieren.

Einige Übungsformen

Zahlwörter

- mit strukturierten Materialien darstellen
- auf verschiedene Art und Weise zeichnen
- zu Karten unterschiedlich strukturierter Mengendarstellungen zuordnen

und danach als arabische Zahlen **aufschreiben oder geschriebenen Zahlkarten zuordnen**.

Auf dem gleichen Weg lassen sich arabische Zahlen als Mengen darstellen und danach Zahlwörtern zuordnen.

Beispiel für die **Steigerung des Schwierigkeitsgrades mit zunehmend größeren Zahlen** auf der Grundlage zweistelliger Zahlen: **33, 45 und 51** → 133, 245, 151, 3133, 5245, 2151. ...

Beispiele für **zwei-, drei- und vierstellige Zahlen auf der Grundlage „schwierigerer“ zweistelliger Zahlen**: **12, 21, 72** → 212, 421, 672, 2112, 2521, 2372
11, 16, 17 → 211, 916, 1717, 2611, 3716, 4217

Beispiele für komplexe Aufgabestellungen mit der **Steigerung des Schwierigkeitsgrades mit Nullen als Platzhalter**: 100, 102, 120, 410, 804, 1000, 1001, 1100, 1010, 1110, ..und ggf. auch: 7604, 17604, 99604, 111000, 999000, 999001, 999111, 1000000, 1000001, 9000000, ...184222001, ...