

Theoretischer Hintergrund des Strategieunterrichts

Auf den ersten Seiten der Handreichung haben wir einen kurzen Überblick über die Grundlagen des gemeinsamen Strategieunterrichts gegeben. Im Folgenden gehen wir detaillierter auf den theoretischen Hintergrund der Konzeption ein.

Der Aufbau des konventionellen Anfangsunterrichts

Wieso bietet der konventionelle Anfangsunterricht vielen Kindern ungünstige Lernbedingungen?

1. Orientierung am Zehnerstoppverfahren (ZSV)

a) Ergebnisse eines auf das Erlernen des ZSV orientierten Unterrichts

Michael Gaidoschik (2012-2, 10,11) hat Ergebnisse einer von ihm 2010 durchgeführten empirischen Studie zusammengefasst. Eine Zufallsauswahl von 139 Kindern, denen im Unterricht gemäß der verwendeten Schulbücher ausschließlich das ZSV für den Zehnerübergang angeboten worden war, wurden am Ende des ersten Schuljahres zu ihren Strategien zu sieben Aufgaben mit Zehnerübergang interviewt:

- **nur etwa 30% der Kinder konnten solche Aufgaben lösen:** Kinder verwendeten jedoch Ableitungsstrategien viel häufiger als das ZSV, beispielsweise rechnete bei der Aufgabe $6+7=?$ nur eines der 139 Kinder diese Aufgabe mit dem ZSV,
- **über 50% der Kinder** rechneten Aufgaben mit Zehnerüberschreitung **zählend, mehr als jedes zehnte Kind konnte solche Aufgaben nicht lösen.**

Untersuchungen wie diese belegen die mäßigen Erfolge eines auf das Erlernen des ZSV ausgerichteten Unterrichts.

b) Warum haben so viele Kinder so große Schwierigkeiten das ZSV zu erlernen?



Dies hat mit den intellektuellen Anforderungen zu tun, die mit dem Erlernen dieses Rechenverfahrens verbunden sind: Wesentliche Voraussetzung für das Erlernen des Rechenverfahrens ist, dass Kinder alle 45 Zahlzerlegungen im Zahlenraum bis 10 auswendig lernen. Dies stellt **hohe Anforderungen an das Langzeitgedächtnis bzw.**

den Fleiß. Das darauf folgende Erlernen und die Anwendung des ZSV ist in Bezug auf die **erforderlichen Arbeitsgedächtnisleistungen sehr anspruchsvoll.**

Regelmäßig gelingt vielen Kindern das Auswendiglernen der Zahlzerlegungen nicht oder nur unzureichend:

Kinder, die die Zahlzerlegungen nicht automatisiert haben, also bis zum Erlernen des ZSV langsamer gelernt

haben als andere Kinder, müssen dann beim Erlernen dieses komplexen, mehrstufigen Rechenverfahrens wesentlich mehr leisten als ihre Klassenkamerad:innen, da sie sich abwechselnd auf die Rechenschritte des Verfahrens und das Berechnen von Zwischenergebnissen konzentrieren und damit **hohe Arbeitsgedächtnis- und Konzentrationsleistungen** erbringen müssen..

Rechnen mit dem Zehnerstoppverfahren:

Beispiel: „ $7 + 9 = ?$ “

Rechnung 1:

„Die 7 in der Beziehung zur 10“

„Wieviel fehlen von der 7 bis zur 10?“

Zahlzerlegung der 10 - Ausgangszahl ist die 7.

$7 + x = 10 \rightarrow$ Lösung: $7 + 3 = 10$

Erstes Zwischenergebnis ist die „3“.

Rechnung 2:

„Zerlegung des 2. Summanden auf der Basis des Zwischenergebnisses der ersten Rechnung“

„Die 9 ist die 3 und die ...?“

Zahlzerlegung der 9 - Ausgangszahl ist die 3.

Erstes Zwischenergebnis „3“ in die zweite Rechnung einfügen: $3 + x = 9 \rightarrow$ Lösung: $3 + 6 = 9$

Zweites Zwischenergebnis ist die „6“.

Rechnungen 3 und 4:

Einsetzen der beiden Zwischenergebnisse „3“ und „6“ in die Ausgangsrechnung und Berechnung des Endergebnisses:

$7 +$ „Zwischenergebnis 3“ $= 10$ und

$10 +$ „Zwischenergebnis 6“ $= 16$

c) Das Rechnen im Zahlenraum bis 20?

Eine weitere Hürde für das Erlernen des ZSV hängt mit dem strukturellen Aufbau des Anfangsunterrichts zusammen: In dem in unseren Schulen im ersten Schuljahr künstlich begrenzten Zahlenraum bis 20 kommen Kinder mit einem anderen, wesentlich einfacheren Rechenverfahren, dem „zählenden Rechnen“, oft schnell und routiniert zu Lösungen. So erscheint aus der Sicht mancher Kinder das Erlernen des aufwändigen Zehnerstoppverfahrens zu diesem Zeitpunkt weder notwendig noch sinnvoll zu sein.

d) Das Erlernen des Zehnerstoppverfahrens im zweiten Schuljahr

Im zweiten Schuljahr wird der Zahlenraum auf 100 erweitert. Kinder, die bis jetzt zählend gerechnet haben und damit die gestellten Aufgaben im ZR 20 problemlos lösen konnten, realisieren zunehmend, dass sie mit den nun geforderten Aufgabestellungen im Hunderterraum überfordert sind: „Zählende Rechner“ stoßen unweigerlich an ihre Grenzen.

Jetzt ist der Zeitpunkt gekommen, an dem für diese Kinder Lösungsstrategien jenseits des zählenden Rechnens interessant werden. **Ein Wettlauf mit der Zeit beginnt:** Einer großen Anzahl von Kindern gelingt es jetzt trotz erschwelter Bedingungen – parallel sollten die Kinder ja auch Inhalte des zweiten Schuljahres bewältigen – das ZSV und andere Lösungsstrategien für den Zehnerübergang noch zu erlernen.

Manchen zählenden Rechner:innen gelingt das nicht. Ein Scheitern beim Erlernen des Kopfrechnens hat oft gravierende Folgen bis ins Erwachsenenalter.

e) Zusammenfassung und Resümee: das ZSV im gemeinsamen Anfangsunterricht

Wer versuchen will zu verstehen, warum vielen Kindern das Rechnen lernen mit dem ZSV oft so schwer fällt, sollte sich bewusst machen, mit welcher anspruchsvollen kognitiven Herausforderungen das Erlernen und die Anwendung dieses Lösungsverfahrens für Rechenanfänger verbunden ist.

Erfolge mit dem zählenden Rechnen im künstlich begrenzten Zahlenraum bis 10 bzw. bis 20 versperren Kindern oft den Weg, ihren Fokus im Unterricht auf den Erwerb weiterer arithmetischer Fähigkeiten zu richten.

Untersuchungen belegen den mäßigen Erfolg selbst eines ausschließlich auf das Erlernen des ZSV orientierten Unterrichts: am Ende der ersten Klasse können zwei Drittel der Kinder einer Schulklasse Aufgaben mit Zehnerüberschreitung nicht, oder nur zählend lösen. Überforderte Kinder rechnen über größere Zeiträume zählend.

Nach Einführung der Bildungsstandards werden vermehrt Ableitungsstrategien zum Erlernen des Einspluseins angeboten, der **Unterricht bleibt aber mit der** Begrenzung der Zahlenräume und dem Fokus auf das Erlernen von Zahlzerlegungen weiterhin auf das Erlernen des Zehnerstoppverfahrens ausgerichtet. Gibt es Belege, dass lernschwächere Kinder auf diesem Weg besser grundlegende Rechenfertigkeiten erwerben können oder überfordern wir diese Kinder nicht noch zusätzlich durch weitere Lerninhalte?

So viel lässt sich sicher sagen: Viele Kinder haben weiterhin große Probleme, erfolgreich in unserem Unterricht grundlegende Rechenfertigkeiten zu erwerben. Die Politik erkennt den Handlungsbedarf und will mit dem Startchancenprogramm die Basiskompetenzen der Kinder mit dem größten und langfristigen Bildungsprogramm in der Geschichte Deutschlands stärken.

Wir fragen uns, ob sich unser Problem im Bereich der Basiskompetenzen in Mathematik nicht zu einem (großen) Teil mit einer anderen pädagogischen Vorgehensweise im Anfangsunterricht lösen ließe: Nach langjährigen Unterrichtserfahrungen und vielen Gesprächen mit in der Fortbildung tätigen Kolleg:innen, nach der auf den Vorseiten dargestellten Analyse und der von Michael Gaidoschik beispielhaft angeführten Studie, nach den mäßigen Erfolgen deutscher Kinder in verschiedenen Bildungsstudien, sehen wir einen auf das gemeinsame Erlernen des Zehnerstoppverfahrens ausgerichteten Unterricht kritisch.

f) Alternativen zum Zehnerstoppverfahren

Wir bieten rechenstärkeren Kindern das Erlernen des ZSV im Laufe des zweiten Schuljahres an, richten aber den Anfangsunterricht nicht mehr auf das Erlernen des ZSV aus. Naheliegender wäre es, das ZSV durch ein anderes Rechenverfahren zu ersetzen, was mit der Rechen-technik „**Mit der Kraft der Fünf über die Zehn**“ möglich wäre. → S. 31

Doch in einem modernen, kompetenzorientierten Unterricht geht es spätestens seit der Einführung der Bildungsstandards um mehr als das Erlernen von Rechen-techniken. Vielmehr geht es von Anfang an um das Erlernen von Strukturen, die das Wesen der Grundschul-mathematik ausmachen. Damit bietet sich der Weg über das Erlernen von Ableitungsstrategien an.

2. Lernen im Gleichschritt im konventionellen Anfangsunterricht

Kinder kommen mit ganz unterschiedlichen Lernvoraussetzungen in die Schule. Dort erwartet sie ein arithmetischer Anfangsunterricht, der mit künstlich begrenzten Zahlenräumen und dem Fokus auf das Auswendiglernen der Zahlzerlegungen der Zahlen im Zehnerbereich auf das Erlernen des Zehnerstoppverfahrens ausgerichtet ist und die Lerninhalte der ersten zwei Schuljahre unmittelbar aufeinander aufgebaut werden (vgl. S. 6).

Alle Kinder erlernen im Gleichschritt einen Lerninhalt nach dem anderen, wobei das erfolgreiche Erlernen eines Inhalts jeweils die Voraussetzung für das Erlernen des nächsten ist.

Theoretischer Hintergrund des Strategieunterrichts

Im Anfangsunterricht sollten **Kinder mit mathematischen Lernschwierigkeiten**, die beim Schuleintritt in aller Regel sehr viel weniger Vorwissen als andere Kinder haben, neue Lerninhalte nicht nur "im Gleichschritt" genauso schnell lernen wie ihre Schulkamerad:innen, nein, sie sollten, um Lernrückstände aufzuholen (und um Lerninhalte immer wieder neu zu erlernen, die sie diese nach den Ferien, am nächsten Schultag oder nach dem Wochenende oft schon wieder vergessen haben), **sobald sie in die Schule gehen, sogar deutlich schneller lernen können als alle anderen Kinder**. Das gelingt in der Schulpraxis in aller Regel nicht: **(Mathematisch) lernschwächere Kinder können im Anfangsunterricht in unseren Grundschulen reihenweise arithmetische Basiskompetenzen nicht erwerben**.

Doch nicht nur Kinder, die mathematische Lerninhalte langsamer als andere erlernen können, sondern auch **mathematisch talentierte Kinder** finden im arithmetischen Anfangsunterricht keine günstige Lernumgebung: Sie verfügen in der Regel bei Schuleintritt bereits über viele arithmetische Kompetenzen und das wenige Neue lernen sie meist schnell. Sie lernen den Mathematikunterricht nicht als einen Ort kennen, in dem sie täglich sich mit spannenden Aufgabestellungen auseinandersetzen und neue interessante Inhalte erlernen können.

Wir sollten uns bewusst werden, dass die aktuelle Didaktik des arithmetischen Anfangsunterrichts

- mit unmittelbar aufeinander aufgebauten Lerninhalten trotz aller Differenzierungsbemühungen zu einem Lernen im Gleichschritt führt
- von der Grundstruktur weder auf das erfolgreiche Lernen des unteren noch des oberen Leistungsquartils ausgerichtet ist
- regelmäßig mathematisch talentierte Kinder unterfordert und Kinder, die langsamer lernen, überfordert
- **vielen Kindern ungünstige Lernbedingungen bietet.**

Der mäßige Erfolg unserer "Didaktik der unmittelbar aufeinander aufgebauten Lerninhalte" bei Kindern mit über- und unterdurchschnittlichen Lernvoraussetzungen wird uns regelmäßig in Bildungsstudien widerspiegelt.

Lehrende an Hochschulen und engagierte Lehrer:innen versuchen mit großem Engagement die Folgen einer Didaktik, deren Grundstruktur für unsere großen Probleme in der im Anfangsunterricht (mit-)verantwortlich ist und weitreichende Folgen für das weitere Mathematiklernen in der Grundschule hat, möglichst klein zu halten.

Doch das grundlegende Problem bleibt: Wir bieten Kindern, die aus verschiedenen Gründen eben langsamer oder schneller als der Durchschnitt lernen, weiterhin einen Unterricht, in dem dieselben Lerninhalte in derselben Zeit und damit in demselben Lerntempo erlernt werden sollen.

Eine "Didaktik des Gleichschritts" im Unterricht mit Kindern mit höchst unterschiedlichen Lernvoraussetzungen führt insbesondere bei Lerninhalten, die aufeinander aufbauen, regelmäßig zu Über- und Unterforderung, zu "Lernlücken", zu Langeweile, zu Misserfolg, zu frustrierenden Situationen. Und so sehr wir uns wünschten, mit irgendwelchen didaktischen Maßnahmen, mit einer besseren Ausbildung, mit mehr Geld, mit immer neuen Programmen das "Lernen im Gleichschritt" im Anfangsunterricht didaktisch zu optimieren: Bildungsstudien führen uns regelmäßig vor Augen, dass wir trotz großer Anstrengungen seit vielen Jahren auf diesem Weg nicht weiterkommen und wie weit wir nach wie vor von einem erfolgreichen Anfangsunterricht entfernt sind.

So bleibt uns in der Aus-, Fort- und Weiterbildung tätigen Kolleg:innen weiterhin die große Herausforderung, einen, wie Frau Professorin Schmid im Vorwort dieser Handreichung fordert, **"qualitativ guten und zieldifferenten Mathematikunterricht zu entwickeln, an dem alle Schüler:innen auf der Basis ihrer Fähigkeiten teilhaben und beitragen können."**

Das Lernen im Gleichschritt ist in vielen Unterrichtsbereichen mittels einer inklusiven Didaktik schon überwunden, die Transformation des arithmetischen Anfangsunterrichts steht an: **Gesucht sind gute didaktische Lösungen für einen neuen, inklusiven Aufbau des Anfangsunterrichts**, auf dessen Grundlage wir allen Kindern, von Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten bis hin zu mathematisch talentierten, gute Lernbedingungen in einem inklusiven Unterricht bieten können.

Ist das Erlernen des Rechnens allein mit Ableitungsstrategien möglich?

Um dies herauszufinden, stellen wir anhand von Tabellen dar, welche der 100 Basisaufgaben im Zahlenraum bis 20 im Bereich der Addition mit verschiedenen Ableitungsstrategien lösbar sind.

Auf Seite 41 fassen wir diese Tabellen zusammen.

Danach zeigen wir in einer Überblickstabelle, mit welchen Ableitungsstrategien man auch im Bereich der Subtraktion Basisaufgaben im Zahlenraum bis 20 lösen kann.