

# Anhang: Ein Würfelspiel fürs „angeleitete Üben“

## Ein Würfelspiel fürs „angeleitete Üben“

Im Rahmen der direkten Instruktion schließt sich dem Mathetraining in der Regel ein „Üben unter Aufsicht mit kontinuierlichem Feedback“, auch „angeleitetes Üben“ genannt, an. Dazu stellen wir ein Würfelspiel vor, das flexibel zum Üben aller Ableitungsstrategien eingesetzt werden kann. Alle Kinder lösen in kürzester Zeit eine große Anzahl von Aufgaben, sind dabei sehr selbstständig, motiviert und konzentriert in kleinen Gruppen aktiv. Die Lehrer:in hat Zeit für die Förderung einzelner Kinder. Mit dem Einsatz des „Kaiserspiels“ entfallen bei uns für Kinder die Hausaufgaben, für Lehrer:innen der Entwurf und die Korrektur von Arbeitsblättern etc.

### Merkmale erfolgreichen Übens

Damit das Üben zum Erfolg führt, spielen neben der Häufigkeit des Übens eine Reihe weiterer Faktoren eine entscheidende Rolle.

Zentrales Ziel des Übens ist es, Informationen aus dem Arbeitsgedächtnis ins Langzeitgedächtnis zu überführen bzw. neue Lerninhalte im Gedächtnis zu „verankern“. **Damit die Speicherung im Langzeitgedächtnis gut gelingt**, spielen in der Theorie der Verarbeitungstiefe nach Craik, F. I. & Lockhart, R. S. (1972) neben dem bewussten, wiederholten Abrufen (Erinnern) **zur Erhöhung des Lerneffekts beim Üben einige weitere Faktoren eine bedeutende Rolle:**

1. **die „Verarbeitungstiefe“:** der Begriff geht auf eine kognitive Theorie des Lernens zurück, die davon ausgeht, dass die **Einordnung bzw. Integration der Informationen in das bestehende Wissen**, also die Verknüpfung mit anderen Inhalten für den Lernerfolg eine entscheidende Rolle spielt. Inhalte sollen überdacht, ev. so verändert werden, dass sinnvolle gedankliche Beziehungen zwischen und mit den aufgenommenen Informationen hergestellt werden, um die gedankliche Entschlüsselung bzw. Durchdringung von Informationen zu erreichen: **Hilfreich sind Fragen nach Lösungswegen „Wie machst du das?“, das Erstellen von Skizzen und der Vergleich von Lösungswegen verschiedener Kinder. Günstig ist es immer, wenn Kinder anderen Kindern Lerninhalte erklären**, dabei müssen Kinder Lerngegenstände tief durchdringen.  
J. Bruner fordert zum tieferen Verständnis mathematischer Sachverhalte immer wieder die Abstraktionsebenen zu wechseln (→S. 10).

2. **die subjektive Bedeutung der Information für den Einzelnen:** wenn Kinder **sich selbst realistische Ziele setzen**, ist dies günstig für die Motivation und führt zu einer höheren Aufmerksamkeit beim Lernen.
3. **die emotionale Bedeutung:** Wenn Kinder im Mathetraining Freude am Lernen in der Gruppe haben, Lernfortschritte in der Gruppe bewusst thematisiert und erlebt (gefeiert) werden, Freude am Erreichen von eigenen Zielen in der Gruppe Raum gegeben wird, gewinnen Lerninhalte an emotionaler Bedeutung und können leichter gelernt und erinnert werden.

### Kaiserspiel: Üben unter Aufsicht

Im Rahmen der Unterrichtsmethoden „direkte- und Strategieinstruktion“ sollten Kinder Lerninhalte möglichst fehlerfrei einüben. Daher werden die Leistungen der Kinder beim angeleiteten Üben kontinuierlich erfasst und überprüft. Kinder erhalten eine direkte Rückmeldung über die Richtigkeit ihrer Aufgabenlösungen. Erst wenn Kinder fehlerfrei (unter Aufsicht) Aufgaben lösen können, erfolgt **das eigenständige Üben**. Dabei steht dann die Sicherung des Gelernten und das Erlangen von Routine im Vordergrund.

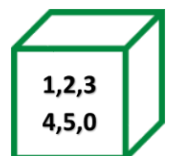
Wir organisieren das angeleitete Üben häufig mit dem **Kaiserspiel**, welches wir nach einem unserer Mathetrainer, Herrn Kaiser, benennen. Sein Motto: **“Wer anderen hilft, lernt am besten“**.

**Die Struktur des Spiels leitet sich ab von Elementen des Kooperativen Lernens (THINK – PAIR – SHARE) und der Trainer-Sportler-Methode**, wie wir sie von Lesetandems kennen.

**Trainer-Sportler-Modell:** Ein Kind ist der Trainer, der die Aufgaben stellt und, nachdem der Sportler diese gelöst hat, die Aufgabelösungen kontrolliert. Ein Rollentausch ist unter bestimmten Bedingungen möglich.

**Allgemeine Hinweise zum Kaiserspiel:** Aufgaben, die die Teams nicht (sicher) lösen können, sollen bei der Lehrer:in nachgefragt oder zunächst notiert werden. Es gibt auch immer wieder unlösbare Aufgaben (muss man thematisieren!). Nach dem **Kaiserspiel** folgt meist das **Kaiserturnier** (→S. 83).

**Würfel:** grüner Blankowürfel aus dem Handel selbst beschriften, z.B. „1,2,3,4,5,0“: auf eine Seite die 1, auf die nächste die 2, ... usw. und auf die letzte Seite die Null **oder einen handelsüblichen Sechserwürfel nehmen und die „6“ mit einer Null überkleben**.



**Grüne Würfel für Einer und Tausender, blaue Würfel für Zehner, rote Würfel für Hunderter.**

Der tagesaktuelle „Würfelplan“ hängt an einem festen Platz an der Seitentafel (ev. auch Whiteboard) des Klassenzimmers. Dem Plan können Kindergruppen



jeweils entnehmen, welche Würfel und Operatoren sie nach Vorgabe des Würfelplans verbindlich einsetzen und welche Würfel sie darüber hinaus freiwillig dazunehmen können.

Beim Kaiserspiel setzen sich in der Regel drei Kinder gegenüber an einen Tisch. Die Kinder 1 und 2 sind Sportler, das dritte Kind ist der Trainer:

- Kind 1 würfelt eine Aufgabe und legt die Aufgabe nach Diktat (benennt die Zahlen) von Kind 2.
- **THINK – PAIR:** danach errechnet und benennt Kind 2 das Ergebnis, Kind 1 bewertet das Ergebnis
- **SHARE:** Kind 3 (Trainer) kontrolliert das Ergebnis.

Spielen beim Kaiserspiel nur zwei Kinder miteinander, entfällt die Bewertung durch die Trainer:in.

**Zusammensetzung der Übungsgruppen:** feste Gruppe, leistungshomogene oder -heterogene Gruppen, Gruppen mit kleiner bis mittlerer Leistungsdifferenz, Zufallsprinzip.

**Spielzeit und Rollenverteilung:** Kinder können je nach Vorgabe der Lehrer:in während des ganzen Spiels (10 bis 20 Minuten) ihre Rollen beibehalten oder nach Vorgabe der Lehrer:in die Rollen nach einer bestimmten Zeit oder Anzahl von Aufgaben tauschen.

**Aufgaben verschriftlichen:** Die Lehrer:in kann die Kinder nach dem Lösen einer Aufgabe die Aufgabe und deren Lösung verschriftlichen lassen oder nicht.

**Würfeltechnik:** Würfel in einer Faust aufnehmen und direkt über dem Tisch fallen lassen – nicht werfen!



### Beispiel-Würfelplan (Übung zu Additionsaufgaben „Starke Fünf“)

Der „Würfelplan“ hat einen festen Platz an der Seitentafel im Klassenzimmer oder steht auf dem Whiteboard. Die Lehrer:in zeichnet darauf tagesaktuell Würfel mit verschiedenen Farben und darüber die Markierungspfeile.



#### Weißer Pfeil:

„Freiwillige Würfel“:  
Kinder am Tisch entscheiden, ob sie diese Würfel zum Würfeln einsetzen wollen.



#### Gelber Pfeil:

Diese Würfel bleiben beim Würfelspiel fest liegen.



#### Roter Pfeil:

Mit diesen Würfeln wird gewürfelt.

Wir haben auf den nächsten Seiten Beispiele für Würfelpläne zu bestimmten Trainingsschwerpunkten konkretisiert.

Wir fassen oft Übungen zu mehreren Trainingsschwerpunkten zusammen.

Ev. weitere Würfelpläne und nähere Hinweise zum Kaiserspiel ab Herbst 2026 unter [www.rechnenfueralle.de](http://www.rechnenfueralle.de) ([info@rechnenfueralle.de](mailto:info@rechnenfueralle.de) - bei Interesse nachfragen).

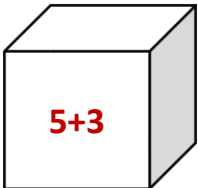
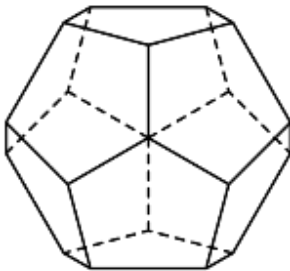
# Anhang: Ein Würfelspiel fürs „angeleitete Üben“



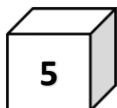
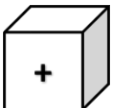
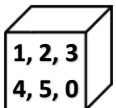
## A: Würfelpläne „Starke 5“: $5 + 1 (2,3,4) = 6 (7,8,9)$

Trainingsfeld 4, Trainingsschwerpunkte 1 und 2 und 3





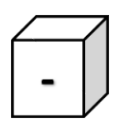


Die Reihenfolge der Summanden ist vertauschbar. Die Kernaufgaben sind auf den Würfeln rot markiert.





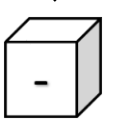

	<p><b>6 Seiten - 6 Aufgaben:</b>  <math>5+2</math>, <math>7-2</math>,  <math>7-5</math>, <math>5+3</math>,  <math>8-5</math>, <math>8-3</math></p>	<p><b>12 Seiten - 12 Aufgaben:</b>  <math>5+2</math>, <math>2+5</math>, <math>7-2</math>, <math>7-5</math>,  <math>5+...=7</math>, <math>2+...=7</math>,  <math>5+3</math>, <math>3+5</math>, <math>8-5</math>, <math>8-3</math>,  <math>5+...=8</math>, <math>3+...=8</math></p>		<p><b>12 Seiten - 12 Aufgaben:</b>  <math>5+2</math>, <math>2+5</math>, <math>7-2</math>, <math>7-5</math>,  <math>5+3</math>, <math>3+5</math>, <math>8-5</math>, <math>8-3</math>,  <math>5+4</math>, <math>4+5</math>, <math>9-4</math>, <math>9-5</math></p>
---	--	---	--	--

Die Reihenfolge der Summanden ist vertauschbar.





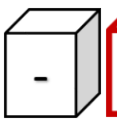



	↓	↓	↓
			

Man kann auch beide blauen Würfel gleichzeitig weglassen, wenn die „Starke Fünf“ noch „neu“ für die Kinder ist.

↓?	↓?	↓	↓	↓	↓	↓
						

↓?	↓?	↓	↓	↓	↓
					

Man kann auch beide roten (blauen und/oder grünen) Würfel durch Nuller-Würfel derselben Farbe ersetzen. (erweitert mit  $5+1=6$ “).

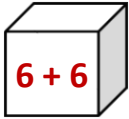
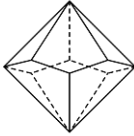
↓?	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
							



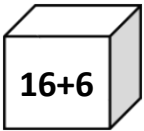
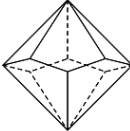
## B: : Würfelpläne „Verdoppeln und Halbieren“ $6+6=12$

Trainingsfeld 4, Trainingsschwerpunkt 4:  $6+6=12$

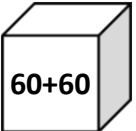
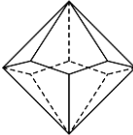
- a) Addition mit dem 6er-Würfel: Kernaufgabe, Nachbar- und Tauschaufgaben
- b) 10er-Würfel erweitert mit Umkehraufgaben

	<p><b>6 Seiten - 6 Aufgaben:</b>  <math>6+6</math>, <math>6+7</math>, <math>7+6</math>, <math>6+5</math>,  <math>5+6</math>, <math>12-6</math></p>		<p><b>10 Seiten – 10 Aufgaben:</b>  <math>6+6</math>, <math>6+7</math>, <math>7+6</math>, <math>6+5</math>, <math>5+6</math>,  <math>12-6</math>, <math>12-7</math>, <math>12-5</math>, <math>11-6</math>, <math>13-6</math></p>
---	--	---	--

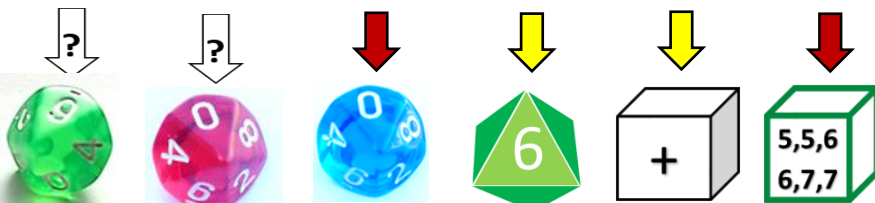
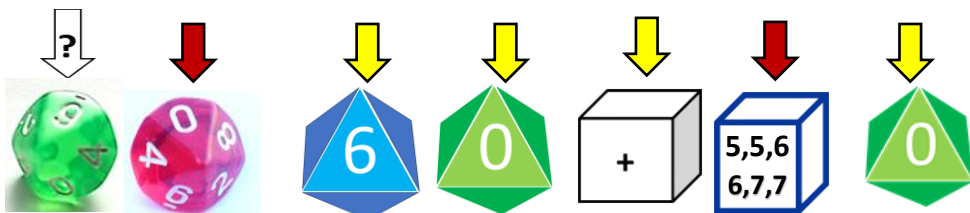
- a) 6er-Würfel Kernaufgabe, Analogieaufgabe (additiv +10) und Nachbaraufgaben
- b) 10er-Würfel Analogieaufgaben multiplikativ ( $\times 10$ ) erweitert mit Nachbar- und Umkehraufgaben

	<p><b>6 Seiten - 6 Aufgaben:</b>  <math>6+6</math>, <math>16+6</math>, <math>16+7</math>,  <math>16+5</math>, <math>17+6</math>, <math>15+6</math></p>		<p><b>10 Seiten – 10 Aufgaben:</b>  <math>60+60</math>, <math>60+70</math>, <math>60+50</math>, <math>70+60</math>, <math>50+60</math>,  <math>120-60</math>, <math>120-70</math>, <math>120-50</math>, <math>110-60</math>, <math>130-60</math></p>
---	--	---	--

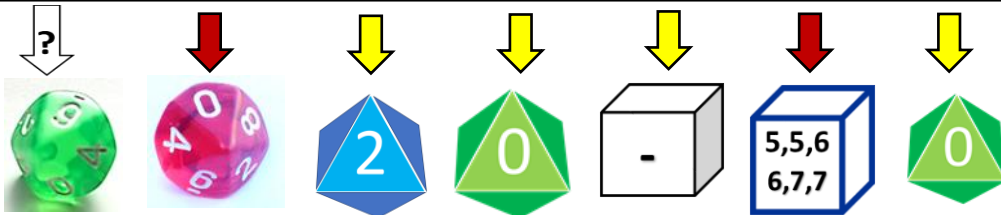
- a) 6er-Würfel: Kernaufgabe, Analogieaufgabe (multiplikativ  $\times 10$ ) und Nachbaraufgaben
- b) 10er-Würfel: Analogieaufgaben multiplikativ ( $\times 10$ ) erweitert mit Nachbaraufgaben, Umkehraufgaben

	<p><b>6 Seiten - 6 Aufgaben:</b>  <math>6+6</math>, <math>60+60</math>, <math>60+70</math>,  <math>70+60</math>, <math>60+50</math>, <math>50+60</math></p>		<p><b>10 Seiten - 10 Aufgaben:</b>  <math>600+600</math>, <math>600+700</math>, <math>700+600</math>, <math>600+500</math>, <math>500+600</math>,  <math>1200-600</math>, <math>1200-700</math>, <math>1200-500</math>, <math>1100-600</math>, <math>1300-600</math></p>
---	---	---	--

Man kann die Reihenfolge der Summanden (die beiden grünen Würfel) vertauschen.

Falls mit dem roten Würfel eine Null gewürfelt wird, ist die Aufgabe unlösbar..



# Anhang: Ein Würfelspiel fürs „angeleitete Üben“



Trainingsfeld 4, Trainingsschwerpunkt 6: „8+8=16“

Aufgabe 1 und 2: Umkehraufgaben (und deren Nachbaraufgaben) mit zunehmender Schwierigkeit.

Row 1: A sequence of 6 items. From left to right: a green die with a white arrow pointing down containing a question mark; a pink die with a white arrow pointing down containing a question mark; a blue die with a red arrow pointing down containing the number 8; a green die with a yellow arrow pointing down containing the number 6; a white cube with a yellow arrow pointing down containing a minus sign (-); and a green cube with a red arrow pointing down containing the numbers 7,7,8 and 8,9,9.

Row 2: A sequence of 7 items. From left to right: a green die with a white arrow pointing down containing a question mark; a pink die with a red arrow pointing down; a blue die with a yellow arrow pointing down containing the number 6; a green die with a yellow arrow pointing down containing the number 0; a white cube with a yellow arrow pointing down containing a minus sign (-); a blue cube with a red arrow pointing down containing the numbers 7,7,8 and 8,9,9; and a green die with a yellow arrow pointing down containing the number 0.

D: Würfelpläne „Zehnerfreunde“ Trainingsfeld 4, Trainingsschwerpunkt 8: „6+4=10“

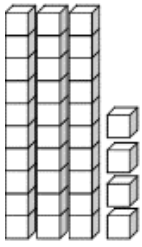
Row 1: A sequence of 6 items. From left to right: a green die with a white arrow pointing down containing a question mark; a pink die with a white arrow pointing down containing a question mark; a blue die with a red arrow pointing down containing the number 0; a green die with a yellow arrow pointing down containing the number 6; a white cube with a yellow arrow pointing down containing a plus sign (+); and a green cube with a red arrow pointing down containing the numbers 3,3,4 and 4,5,5.

Row 2: A sequence of 7 items. From left to right: a green die with a white arrow pointing down containing a question mark; a pink die with a red arrow pointing down; a blue die with a yellow arrow pointing down containing the number 6; a green die with a yellow arrow pointing down containing the number 0; a white cube with a yellow arrow pointing down containing a plus sign (+); a blue cube with a red arrow pointing down containing the numbers 3,3,4 and 4,5,5; and a green die with a yellow arrow pointing down containing the number 0.

Falls mit dem roten Würfel eine Null gewürfelt wird, ist die Aufgabe unlösbar..

Row 1: A sequence of 7 items. From left to right: a green die with a white arrow pointing down containing a question mark; a pink die with a red arrow pointing down; a blue die with a yellow arrow pointing down containing the number 0; a green die with a yellow arrow pointing down containing the number 0; a white cube with a yellow arrow pointing down containing a minus sign (-); a blue cube with a red arrow pointing down containing the numbers 0,0,6 and 6,4,4; and a green cube with a red arrow pointing down containing the numbers 0,0,6 and 6,4,4.

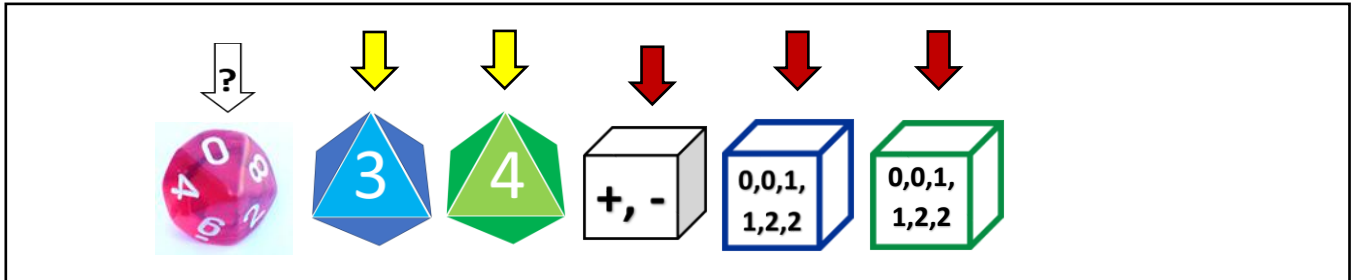
Row 2: A sequence of 7 items. From left to right: a green die with a white arrow pointing down containing a question mark; a red cube with a red arrow pointing down containing the numbers 1,2,3 and 5,7,9; a blue cube with a red arrow pointing down containing the numbers 0,0,0 and 1,1,1; a green die with a yellow arrow pointing down containing the number 0; a white cube with a yellow arrow pointing down containing a minus sign (-); a blue cube with a red arrow pointing down containing the numbers 0,0,6 and 6,4,4; and a green cube with a red arrow pointing down containing the numbers 0,0,6 and 6,4,4.



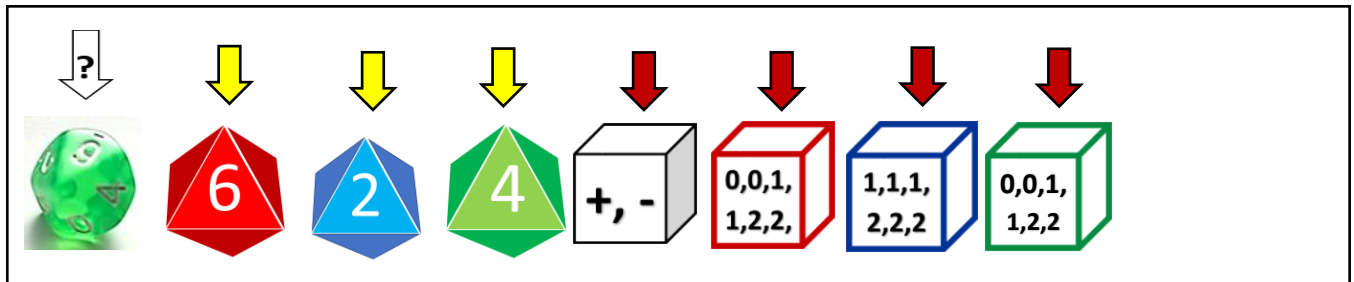
## E: Würfelpläne „Zahlenbilder arabischer Zahlen“

### Trainingsfeld 5

**Aufgabe 1:**  $34 \pm 1$  (2, 10, 20): Ausgangspunkt ist die Vorstellung eines Zahlenbildes einer arabischen Zahl, hier der „34“, siehe Erläuterungen im Trainingsfeld 5 auf den Seiten 28 und 29.

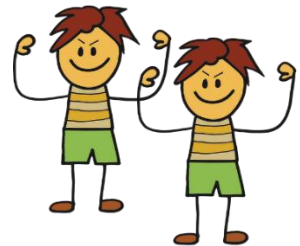


**Aufgabe 2:** Für rechenstärkere Kinder die „0,0,1,1,2,2“-Würfel nacheinander durch „1,2,3,4,5,6“-Würfel ersetzen.



## F: Würfelpläne „Mit der Starken Fünf über die Zehn“ oder ...

### Trainingsfeld 6



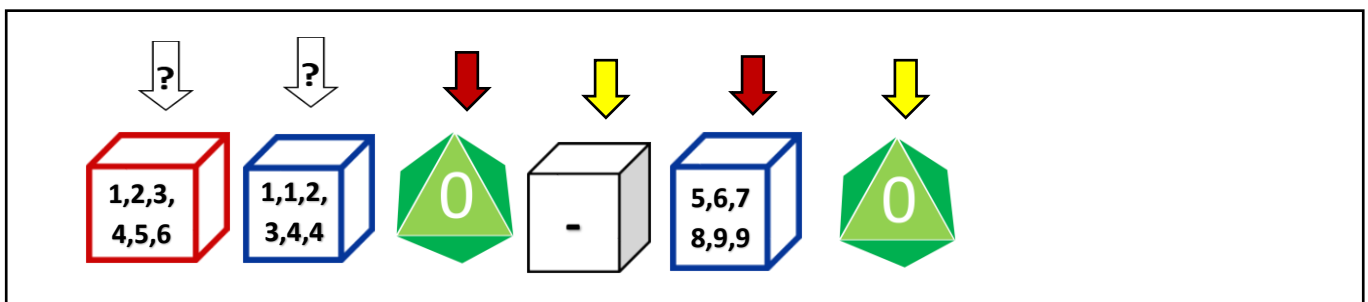
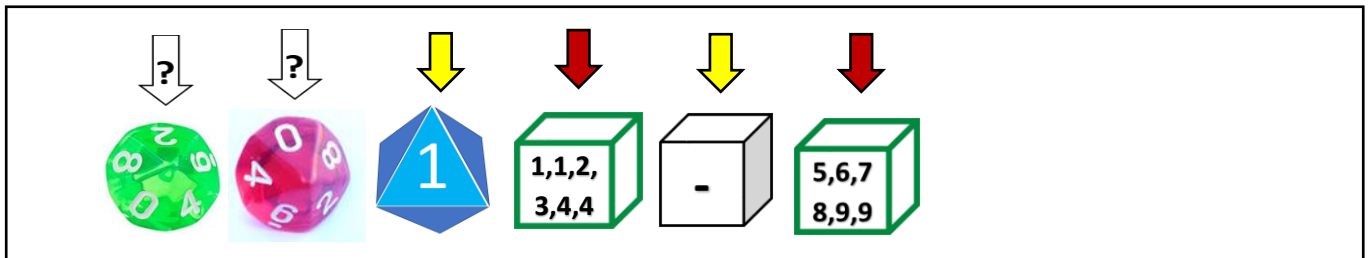
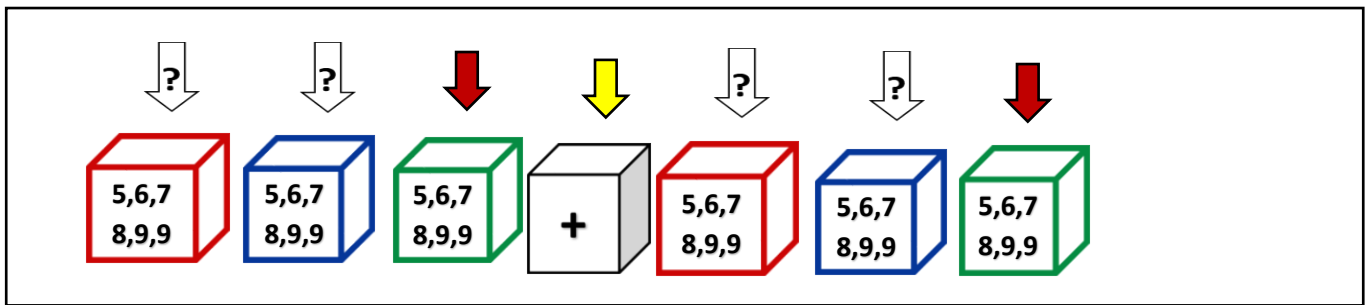
„Minus“ bedeutet: von der Block- zur Reihendarstellung, vgl. S. 31! (“Plus“: von der Reihen- zur Blockdarstellung!)

<p><b>6 Seiten - 6 Aufgaben:</b> 11-9, 11-8, 11-7, 11-6, 11-5, 11-4</p>		<p><b>6 Seiten - 6 Aufgaben:</b> 12-9, 12-8, 12-7, 12-6, 12-5, 12-4</p>	<p><b>6 Seiten - 6 Aufgaben:</b> 13-9, 13-8, 13-7, 13-6, 13-5, 13-4</p>
---	--	---	---

<p><b>12 Seiten – 12 Aufgaben:</b> 11-9, 11-8, 11-7, 11-6, 11-5, 11-4, 13-5, 13-6, 13-7, 13-8, 13-9, 14-5</p>		<p><b>12 Seiten – 12 Aufgaben:</b> 18-9, 17-9, 17-8, 16-9, 16-8, 16-7, 15-9, 15-8, 15-7, 15-6, 14-9, 14-8,</p>
---	--	--

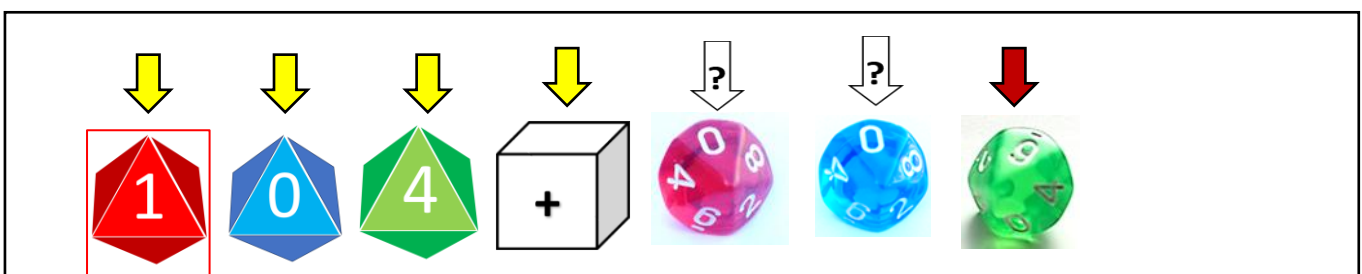
# Anhang: Ein Würfelspiel fürs „angeleitete Üben“

Der Schwierigkeitsgrad erhöht sich schnell, wenn man die beiden blauen und /oder die beiden roten Würfel dazu nimmt. / Man kann auch beide grüne (oder/und beide blaue) Würfel auf „Null“ stellen und nur die roten Würfel benutzen!

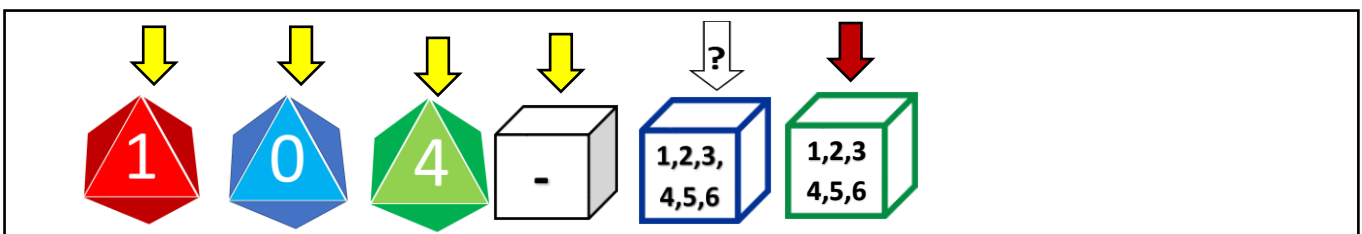


## G: Würfelpläne: Mehrere Ableitungsstrategien gemischt

**Schwere Aufgaben für sehr rechenstarke Kinder.** Um die Aufgabenschwierigkeit zu reduzieren, kann man ev. anstatt den roten, blauen, grünen Zehner-würfel für den zweiten Summanden nur Würfel mit den Ziffern 0, 1, 2 (4, 5, 6) nehmen!



Es gibt viele Möglichkeiten, die Aufgabenschwierigkeit anzupassen!



## Kaiserturnier

Nach dem Kaiserspiel (Übungsphase) folgt das eigentliche Spiel, das Kaiserturnier: „Zeig, was du gelernt hast!“. Mit jeder Runde werden die Mannschaften leistungshomogener.



**Startaufstellung:** An jedem Tisch sitzen ein Trainer und zwei Sportler. Die Kinder setzen sich am Anfang des Spiels genauso hin, (gleiche Sitzposition) wie die Endposition beim letzten Kaiserturnier war. Im Bild unten sind insgesamt 8 Trainer und 16 Sportler abgebildet.



Dann fragen nacheinander alle acht Trainer, welcher Sportler von den anderen Tischen mit ihnen den Platz tauschen möchte und heute Trainer sein möchte.

Kinder, die sich diese Aufgabe nach dem Kaiserspiel zuvor zutrauen, (das Kaiserspiel war die Vorbereitung) melden sich. Jeder Trainer ruft nach und nach einen Sportler auf und tauscht mit ihm den Platz.

**Nun kann das Spiel beginnen.** Jeder Trainer an den 8 Turniertischen würfelt nach dem **tagesaktuellen Würfelplan** an der Seitentafel eine Aufgabe.

Er legt die Zahlen- und Operatorenwürfel (plus oder minus) so vor die Sportler hin, dass beide die Aufgabestellung gut erkennen können. Dann rechnen beide.

Sobald der erste Sportler ein Ergebnis nennt, muss er kurz seinen Lösungsweg erklären.

Der Trainer entscheidet, ob der Sportler die Aufgabe richtig gerechnet hat. Falls das so ist, **bekommt der Sportler einen Strich auf dem Auswertungsbogen**, falls nicht, hat der andere Sportler noch kurz Zeit ein Ergebnis zu nennen und sich damit eventuell einen Punkt bzw. Strich zu verdienen.

Dann würfelt der Trainer die nächste Aufgabe usw. **Sobald ein Sportler an einem der acht Tische 10 Striche erreicht hat, rennt „sein“ Trainer zum Mitteltisch und schlägt Alarm**, indem er laut zwei Rasseln aufeinander schlägt. Ein Höllenlärm entsteht und alle Kinder wissen, dass die erste Runde zu Ende ist.

Der Sportler, der die meisten Striche zu diesem Zeitpunkt am Tisch 8 hat, wechselt nun an Tisch 7. Der Verlierer von Tisch 7 wechselt an Tisch 8. So geht das an jedem Tisch, **die Gewinner wechseln im Uhrzeigersinn, die Verlierer gegen den Uhrzeigersinn**. Nur der Gewinner von Tisch 1 bleibt auf seiner Position.

Der Trainer, der noch in der Mitte steht, da er die beiden Schellen aneinander schlagen durfte, ruft nun laut :**“Das neue Spiel beginnt“** und rennt zurück an seinen Tisch, um wieder eine neue Aufgabe zu würfeln.

An einem Spieltag werden meist zwischen drei und fünf Runden gespielt.

