

## Individuelle Lernfortschritte im gemeinsamen Mathetraining beim gemeinsamen Erlernen von Ableitungsstrategien (→S. 17, 18)

Wir veranschaulichen die **Lernfortschritte unterschiedlich rechenstarker Kinder** in der Klasse beim Lernen am gemeinsamen Aufgabenformat „Rechnen mit  $7+7=14$ “ mit einem „Lernzug“. Die drei- bzw. vier Wagen stellen dabei die einzelnen Aufgaben der Aufgabenserie im Trainingsschwerpunkt dar. Die Lehrer:in präsentiert jede einzelne Aufgabe entlang der Abstraktionsstufen,

d.h. sie stellt jede Aufgabe zuerst auf symbolischer Ebene (Stufe A) und gibt danach immer mehr Hilfen (Stufen B bis F). Eine „Hilfeleiter“ als ein Zusammenspiel von Abstraktionsstufen und sprachlichen Formulierungen von Stufe A bis Stufe F könnte bei der ersten Aufgabe „1. Zahlentripel  $7+7=14$ “ im Beispiel unten so aussehen:

### „Hilfeleiter“ entlang von Abstraktionsstufen

**Stufe A: Symbolische Ebene.** L: „Was gibt 7 plus 7?“. Einige rechenstarke Kinder können die Aufgabe ad hoc auf symbolischer Ebene verstehen und lösen, sie haben das arithmetische Faktum „ $7+7=14$ “ ev. schon gespeichert.


## Der „Lernzug“ – Veranschaulichung individueller Lernfortschritte beim gemeinsamen Lernen im Trainingsschwerpunkt „ $7+7=14$ “

Farbliche Kennzeichnung unterschiedlich leistungstarker Kinder:


- rechen schwächere Kinder grün,
- rechenstarke Kinder blau,
- Kinder im Bereich des Durchschnitts rot,
- Orange: kein Kind der Klasse ist in dieser Lernstufe

Die Buchstaben A, B, C, D, E stehen für oben beschriebene „Stufen A, B, C, D, E.“


Erster Trainingstag: Aufgabenserie, bestehend aus drei Aufgaben

<b>1. Zahlentripel</b> „ $7+7=14$ “ auf drei Abstraktionsstufen verstehen!	<b>2. Umkehraufgaben</b> „ $7+7=14$ “ → $14-7=?$ usw. ...	<b>3. Erste Ableitungen</b> „ $7+7=14$ “ → $7+8=?$ und „ $7+7=14$ “ → $17+7=?$	
F E D C B A	F E D C B A	F E D C B A	

Nach einigen Trainingstagen: Aufgabenserie erweitert, bestehend aus vier Aufgaben

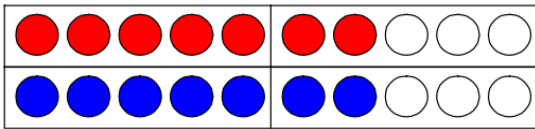
<b>1. Zahlentripel</b> „ $7+7=14$ “ auf drei Abstraktionsstufen verstehen!	<b>2. Umkehraufgaben</b> „ $7+7=14$ “ → $14-7=?$ usw. ...	<b>3. Erste Ableitungen</b> „ $7+7=14$ “ → $7+8=?$ und „ $7+7=14$ “ → $17+7=?$	<b>4. Ableitungen</b> „ $7+7=14$ “ → $70+70=?$ und „ $70+70=140$ “ → $70+80=?$ , „ $70+70=140$ “ → $70+80=?$	
F E D C B A	F E D C B A	F E D C B A	F E D C B A	

Nach weiteren Trainingstagen: Aufgabenserie erweitert, Aufgabe 1 „abgehängt“

<b>Wagen 1 ist „abgehängt“:</b> Alle Kinder können die erste Aufgabe der Aufgabenserie jetzt leicht lösen.	<b>2. Umkehraufgaben</b> „ $7+7=14$ “ → $14-7=?$ usw. ...	<b>3. Erste Ableitungen</b> „ $7+7=14$ “ → $7+8=?$ und „ $7+7=14$ “ → $17+7=?$	<b>4. Ableitungen</b> „ $7+7=14$ “ → $70+70=?$ und „ $70+70=140$ “ → $70+80=?$ , „ $70+70=140$ “ → $70+80=?$	<b>5. Weitere Ableitungen</b> „ $14-7=7$ “ → $140-70=?$ und ev. „ $70+70=140$ “ → $1070+70=?$	
	F E D C B A	F E D C B A	F E D C B A	F E D C B A	

# Theoretischer Hintergrund des Strategieunterrichts

**Stufe B: Ikonische Ebene:** Die Lehrer:in gibt stummen Impuls mit dem Zeigen des Zwanzigerfeldes. Weitere Kinder können die Aufgabe lösen.



**Stufe C: Ikonische Ebene:** Die Lehrer:in stellt die Aufgabe erneut und gibt weitere Hilfen: „**Was gibt 7 plus 7**“. Parallel macht sie kreisende Handbewegungen um die 7 roten und die 7 blauen Plättchen. „**7 rote und 7 blaue Plättchen, das sind zusammen ...?**“ während sie eine kreisende Bewegung um die 14 Plättchen macht. Weitere Kinder können die Aufgabe verstehen und lösen.

**Stufe D: Ikonische Ebene:** Die Lehrer:in macht kreisende Handbewegungen um die Teilmengen und dann um die Gesamtmenge: „**Ein blauer Siebener und ein roter Siebener - wie viele Plättchen sind das zusammen?**“ Immer mehr Kinder können die Aufgabe lösen.

**Stufe E: Ikonische Ebene:** Die Lehrer:in macht kreisende Handbewegungen um die Teilmengen und die Gesamtmenge während sie die Fragen stellt: „**Hier sind sieben blaue Plättchen und sieben rote Plättchen - wie viele blaue und rote Plättchen sind das zusammen? - Sieben blaue und die sieben rote Plättchen - wieviel Plättchen sind das zusammen?**“

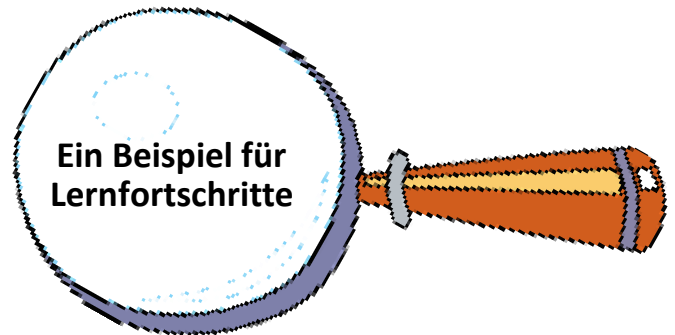
**Stufe F: Handelnde Ebene:** Die Lehrer:in zählt mit allen Kindern die Plättchen, während sie die einzelnen Plättchen jeweils mit dem Finger antippt: „**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ..... 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14**“ oder nur weiterzählen: „**8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.**“ **Wie viele rote und blaue Plättchen sind es zusammen?**“

**Alle Kinder lernen Tag für Tag im Verlauf einer Aufgabenserie einzelne Aufgaben auf der „Hilfeleiter“ mit immer weniger Hilfen zu verstehen und zu lösen.**

Kinder steigen auf der „Hilfeleiter“ immer höher, bis sie zuletzt (in der Regel nach einigen Tagen) eine Aufgabe auf symbolischer „Stufe A“ lösen können.

Rechenschwächere Kinder lösen bald Aufgaben auf einer Stufe, auf der einige Tage zuvor Kinder mit durchschnittlichen Lernvoraussetzungen gelöst haben, diese lösen bald wiederum anspruchsvollere Aufgaben mit immer weniger Hilfen.

Die rechenstärksten Kinder bekommen, sobald sie für sie herausfordernde Aufgaben spontan auf symbolischer Ebene lösen können, sofort neue spannendere, komplexere Aufgabestellungen.



**In der Veranschaulichung unseres Lernzuges können Kinder im Bereich des Durchschnitts der Klasse** (in unserem „Lernzug“ auf der Vorseite rot markiert)

- am ersten Trainingstag**
  - **Aufgabe 1:** das Zahlentripel „ $7+7=14$ “ mit Hilfen auf den Stufen C und D lösen
  - **Aufgabe 2:** Umkehraufgaben mit Hilfen auf den Stufen D und E lösen
  - **Aufgabe 3:** erste Ableitungen auf Stufe E lösen
- nach einigen Trainingstagen** können sie das Zahlentripel sowie seine Umkehraufgaben problemlos bereits auf symbolischer Ebene (Stufe A) verstehen und lösen. **Sie sind kurz davor** auch erste Ableitungen ohne Hilfestellungen lösen zu können (Stufen B und C) und sind dabei, mathematisches Verständnis für weitere Ableitungen von Analogie- und Nachbaraufgaben zu erlangen (Stufen D und E).
- nach weiteren Trainingstagen**, in denen sie dabei sind erlangte Fähigkeiten bei Umkehraufgaben zu **automatisieren (!)**, können sie bereits erste Ableitungen auf symbolischer Ebene lösen und **sind kurz davor**, Aufgaben wie „ $70+70=?$ “ und „ $70+80=?$ “ ohne Hilfen lösen zu können (Stufen B und C). Sie **beginnen** bereits Aufgaben wie „ $1070+70=?$ “ auf ikonisch-bildlicher Ebene zu verstehen (Stufen D und E).

