

Theoretischer Hintergrund des Strategieunterrichts

Auf den ersten Seiten der Handreichung haben wir einen kurzen Überblick über die Grundlagen des gemeinsamen Strategieunterrichts gegeben. Im Folgenden gehen wir detaillierter auf den theoretischen Hintergrund unseres Konzeptes ein.

Das Zehnerstoppverfahren

Wir bieten in RECHNEN FÜR ALLE rechenstärkeren Kindern das Erlernen des ZSV im Laufe des zweiten Schuljahres an, richten aber den Anfangsunterricht nicht mehr auf das Erlernen des ZSV aus.

Im Folgenden führen wir aus, warum wir dieses Rechenverfahren nicht mehr als zentralen Bestandteil des gemeinsamen Anfangsunterrichts anbieten.

Das Zehnerstoppverfahren – ein anspruchsvoller Lerngegenstand

Warum haben so viele Kinder so große Schwierigkeiten das ZSV zu erlernen?

Dies hat unter anderem mit den intellektuellen Anforderungen zu tun, die mit dem Erlernen dieses Rechenverfahrens verbunden sind: als Voraussetzung für das Rechnen mit dem ZSV sollen Kinder alle 45 Zahlzerlegungen der Zahlen zwei bis zehn (in der Tabelle unten **gelb** und **orange** markiert) auswendig lernen.

Das Rechenverfahren stellt damit **hohe Anforderungen an das Langzeit- und Arbeitsgedächtnis bzw. den Fleiß** von Kindern.

Gelb und orange hinterlegt sind 45 „Basisaufgaben“, die von Kindern im Anfangsunterricht am besten **auswendig gelernt** werden sollen.



Blauer Kreis: Zahlzerlegungen der „9“ und der „10“ zur Beispielrechnung auf Seite 37.

2 1+1	3 2+1	4 3+1	5 4+1	6 5+1	7 6+1	8 7+1	9 8+1	10 9+1	10+1 11
3 1+2	4 2+2	5 3+2	6 4+2	7 5+2	8 6+2	9 7+2	10 8+2	9+2 11	10+2 12
4 1+3	5 2+3	6 3+3	7 4+3	8 5+3	9 6+3	10 7+3	8+3 11	9+3 12	10+3 13
5 1+4	6 2+4	7 3+4	8 4+4	9 5+4	10 6+4	7+4 11	8+4 12	9+4 13	10+4 14
6 1+5	7 2+5	8 3+5	9 4+5	10 5+5	6+5 11	7+5 12	8+5 13	9+5 14	10+5 15
7 1+6	8 2+6	9 3+6	10 4+6	5+6 11	6+6 12	7+6 13	8+6 14	9+6 15	10+6 16
8 1+7	9 2+7	10 3+7	4+7 11	5+7 12	6+7 13	7+7 14	8+7 15	9+7 16	10+7 17
9 1+8	10 2+8	3+8 11	4+8 12	5+8 13	6+8 14	7+8 15	8+8 16	9+8 17	10+8 18
10 1+9	2+9 11	3+9 12	4+9 13	5+9 14	6+9 15	7+9 16	8+9 17	9+9 18	10+9 19
1+10 11	2+10 12	3+10 13	4+10 14	5+10 15	6+10 16	7+10 17	8+10 18	9+10 19	10+10 20

Grau hinterlegt sind die **36 Rechenaufgaben**, die nach der Zahlbereichserweiterung auf den Zahlenraum bis 20 mit dem **ZSV** gelöst werden können.

Das Auswendiglernen dieser Aufgaben wird mit der Zeit angestrebt.

Grün hinterlegt sind weitere 19 Aufgaben, die direkt mit dem Aufbau des Zehnersystems zusammenhängen und leicht mit der Rechenstrategie „Rechnen mit der 10“ zu lösen sind.

Rechnen mit dem Zehnerstoppverfahren:

Beispiel: „ $7 + 9 = ?$ “

Zahl-
zerlegungen
der 9 und 10
→ Seite 36

Rechnung 1:

„Die 7 in der Beziehung zur 10“

„Wieviel fehlen von der 7 bis zur 10?“

Zahlzerlegung der 10 - Ausgangszahl ist die 7.

$7 + x = 10 \rightarrow$ Lösung: $7 + 3 = 10$

Erstes Zwischenergebnis ist die „3“.

Rechnung 2:

„Zerlegung des 2. Summanden auf der Basis des Zwischenergebnisses der ersten Rechnung“

„Die 9 ist die 3 und die ...?“

Zahlzerlegung der 9 - Ausgangszahl ist die 3.

Erstes Zwischenergebnis „3“ in die zweite Rechnung einfügen: $3 + x = 9 \rightarrow$ Lösung: $3 + 6 = 9$

Zweites Zwischenergebnis ist die „6“.

Rechnungen 3 und 4:

Einsetzen der beiden Zwischenergebnisse „3“ und „6“ in die Ausgangsrechnung und Berechnung des Endergebnisses:

$7 +$ „Zwischenergebnis 3“ $= 10$ und

$10 +$ „Zwischenergebnis 6“ $= 16$

Vielen Kindern gelingt das Auswendiglernen der Zahlzerlegungen nicht oder nur unzureichend. In der Schulpraxis bedeutet das, dass die **Kinder, die diese Aufgabe noch nicht automatisiert, also bis zum**

Erlernen des ZSV langsamer gelernt haben als andere Kinder(!), dann beim Er-

lernen des ZSV wesentlich mehr leisten müssen als ihre Klassenkameraden: sie müssen sich abwechselnd auf die Rechenschritte des Verfahrens und das Berechnen von Zwischenergebnissen konzentrieren und dabei **hohe Arbeitsgedächtnis- und Konzentrationsleistungen** erbringen.



Das Rechnen im Zahlenraum bis 20?

Eine weitere Hürde für das Erlernen des ZSV hängt mit dem strukturellen Aufbau des Anfangsunterrichts zusammen: in dem in unseren Schulen im ersten Schuljahr künstlich begrenzten Zahlenraum bis 20 kommen Kinder mit einem anderen, wesentlich einfacheren Rechenverfahren, dem „zählenden Rechnen“, oft schnell und routiniert zu Lösungen: das Erlernen des aufwändigen Zehnerstoppverfahrens erscheint zu diesem Zeitpunkt somit aus der Sicht vieler Kinder weder notwendig noch sinnvoll zu sein.

Ist ein auf das Erlernen des ZSV-orientierter Unterricht erfolgreich?

Michael Gaidoschik (2012-2, 10,11) hat Ergebnisse einer von ihm 2010 durchgeführten empirischen Studie zusammengefasst. Eine Zufallsauswahl von 139 Kindern, denen im Unterricht gemäß der verwendeten Schulbücher ausschließlich das ZSV für den Zehnerübergang angeboten worden war, wurden am Ende der ersten Klasse zu ihren Strategien zu sieben Aufgaben mit Zehnerübergang interviewt:

- **nur etwa 30% der Kinder konnten solche Aufgaben lösen:** Kinder verwendeten jedoch Ableitungsstrategien viel häufiger als das ZSV, beispielsweise rechnete bei der Aufgabe $6+7=?$ nur eines der 139 Kinder diese Aufgabe mit dem ZSV,
- **über 50% der Kinder** rechneten Aufgaben mit Zehnerüberschreitung **zählend**, **mehr als jedes zehnte Kind konnte solche Aufgaben nicht lösen.**

Die Untersuchung belegt die mäßigen Erfolge eines auf das Erlernen des Zehnerstoppverfahrens ausgerichteten Unterrichts.

Das Erlernen des Zehnerstoppverfahrens im zweiten Schuljahr

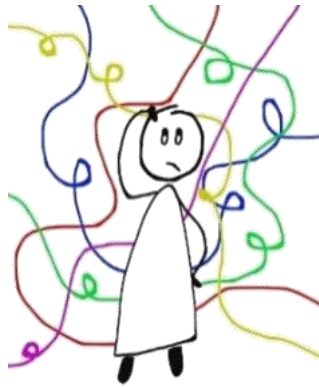
Im zweiten Schuljahr wird der Zahlenraum dann auf 100 erweitert. Kinder, die bis jetzt zählend gerechnet haben und damit die gestellten Aufgaben im ZR 20 problemlos lösen konnten, realisieren zunehmend, dass sie mit den nun geforderten Aufgabestellungen im Hunderterraum überfordert sind: „zählende Rechner“ stoßen hier unweigerlich an ihre Grenzen.

Jetzt ist der Zeitpunkt gekommen, an dem für diese Kinder Lösungsstrategien jenseits des zählenden Rechnens interessant werden. **Ein Wettlauf mit der Zeit beginnt:** Lehrer:innen versuchen im Verlauf des zweiten Schuljahres mit großem Einsatz mit Kindern das ZSV und andere Lösungsstrategien noch zu erlernen und Kindern weitere, für verstehendes Rechnen dringend erforderliche basisnumerische Kenntnisse näher zu bringen.

Einer großen Anzahl von Kindern gelingt es jetzt trotz erschwelter Bedingungen – parallel sollten die Kinder ja auch Inhalte des zweiten Schuljahres bewältigen – wichtige Lösungsstrategien insbesondere für den Zehnerübergang noch zu erlernen.

Doch regelmäßig gelingt das manchen zählenden Rechner:innen nicht: Dann führt der Schulweg ...

- oft zur Wiederholung des zweiten Schuljahres. Hier stehen dann häufig für diese Kinder wichtige Lerninhalte des ersten Schuljahres nicht mehr im Mittelpunkt des Unterrichts oder werden nicht mehr in der Ausführlichkeit angeboten, wie es manche Kinder für erfolgreiches Weiterlernen bräuchten.
- direkt in inklusive Bildungsangebote oder
- in die dritte Klasse.
Dann „irren“ diese Kinder oft ohne grundlegendes Verständnis basisnumerischer Grundlagen (Stellenwertsystem, Zahl-Mengen-Zuordnung, usw.) im Mathematikunterricht der folgenden Schuljahre umher.
Das Scheitern beim Erlernen des Kopfrechnens hat oft gravierende Folgen bis ins Erwachsenenalter.



Zusammenfassung und Résumé:

Das Zehnerstoppverfahren im gemeinsamen Anfangsunterricht

Wer versuchen will zu verstehen, warum vielen Kindern das Rechnen lernen mit dem ZSV oft so schwer fällt, sollte sich bewusst machen, mit welch anspruchsvollen kognitiven Herausforderungen das Erlernen und die Anwendung dieses Lösungsverfahrens für Rechenanfänger verbunden ist.

Erfolge mit dem zählenden Rechnen im künstlich begrenzten Zahlenraum bis 10 bzw. bis 20 versperren Kindern oft den Weg, ihren Fokus im Unterricht auf den Erwerb weiterer arithmetischer Fähigkeiten zu richten.

Untersuchungen belegen den mäßigen Erfolg selbst eines ausschließlich auf das Erlernen des ZSV orientierten Unterrichts: am Ende der ersten Klasse können zwei Drittel der Kinder einer Schulklasse Aufgaben mit Zehnerüberschreitung nicht, oder nur zählend lösen. Überforderte Kinder rechnen über größere Zeiträume zählend.

Nach Einführung der Bildungsstandards werden vermehrt Ableitungsstrategien zum Erlernen des Einspluseins angeboten, der **Unterricht bleibt aber mit der** Begrenzung der Zahlenräume und dem Fokus auf das Erlernen von Zahlzerlegungen weiterhin auf das Erlernen des Zehnerstoppverfahrens ausgerichtet. Gibt es

Belege, dass lernschwächere Kinder auf diesem Weg besser grundlegende Rechenfertigkeiten erwerben können oder überfordern wir diese Kinder nicht zusätzlich durch weitere Lerninhalte?

So viel lässt sich sicher sagen: viele Kinder haben weiterhin große Probleme erfolgreich in unserem Unterricht grundlegende Rechenfertigkeiten zu erwerben. Die Politik erkennt den Handlungsbedarf und will mit dem Startchancenprogramm die Basiskompetenzen der Kinder mit dem größten und langfristigen Bildungsprogramm in der Geschichte Deutschlands stärken.

Wir fragen uns, ob sich unser Problem im Bereich der Basiskompetenzen in Mathematik nicht zu einem (großen) Teil mit einer anderen pädagogischen Vorgehensweise im Anfangsunterricht lösen ließe: nach langjährigen Unterrichtserfahrungen und vielen Gesprächen mit in der Fortbildung tätigen Kolleg:innen, nach der auf den Vorseiten dargestellten Analyse und der von Michael Gaidoschik beispielhaft angeführten Studie, nach den mäßigen Erfolgen deutscher Kinder in verschiedenen Bildungsstudien, sehen wir einen auf das gemeinsame Erlernen des Zehnerstoppverfahrens ausgerichteten Unterricht kritisch und kommen so zu der Frage:

Ist es möglich, dass Kinder den Zehnerübergang im gemeinsamen Unterricht auf irgendeine andere sinnvolle Art und Weise erlernen?

Alternativen zum Zehnerstoppverfahren

Naheliegender wäre es, das ZSV durch ein anderes Rechenverfahren zu ersetzen, was mit der Rechentechnik „**Mit der Kraft der Fünf über die Zehn**“ möglich wäre. → S. 31

Doch in einem modernen, kompetenzorientierten Unterricht geht es spätestens seit der Einführung der Bildungsstandards um mehr als das Erlernen von Rechentechniken. Vielmehr geht es von Anfang an um das Erlernen von Strukturen, die das Wesen der Grundschulmathematik ausmachen. Damit bietet sich der Weg über das Erlernen von Ableitungsstrategien an.